О СКОРОСТИ СХОДИМОСТИ ПРИБЛИЖЕННЫХ РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА ВЫРОЖДАЮЩИХСЯ НЕЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕКЛАССИЧЕСКОГО ТИПА

М.Б. МУРАТБЕКОВ, А.Б. ШЫРАКБАЕВ

Таразский государственный педагогический институт, Казахстан

Большое количество задач газовой динамики, гидромеханики и безмоментной теории оболочек приводит к необходимости изучения решений вырождающихся уравнений неклассического типа.

В работе найдены условия обеспечивающиеся скорость сходимости приближенных решений полупериодической задачи Дирихле для одного класса вырождающихся нелинейных уравнений нечетного порядка, т.е. получены двусторонние оценки поперечников по Колмогорову множества $M = \{u \in D(L) : \|Lu\|_2 + \|u\|_2 \le T\}$.

Большое количество задач газовой динамики, гидромеханики и безмоментной теории оболочек приводит к необходимости изучения решений вырождающихся уравнений неклассического типа. Вопрос о разрешимости краевых задач для дифференциальных уравнений нечетного порядка без вырождения изучались в работах [1-5].

В работе найдены условия обеспечивающиеся скорость сходимости приближенных решений полупериодической задачи Дирихле для одного класса вырождающихся нелинейных уравнений нечетного порядка, т.е. получены двусторонние оценки поперечников по Колмогорову множества

$$M = \{u \in D(L) : \|Lu\|_2 + \|u\|_2 \le T\}.$$

Здесь оператор L соответствует задаче:

$$Lu = -\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \sum_{k=0}^{s} (-1)^k R_k(x,y,u) \frac{\partial^{2k+1} u}{\partial x^{2k+1}} + \sum_{k=0}^{m} (-1)^k B_k(x,y,u) \frac{\partial^{2k} u}{\partial x^{2k}} = f \in L_2(\Omega), \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial^i u}{\partial x^i} \right|_{x=2\pi}, \quad i = 0,1,2,...,2s, \quad s \ge m, \quad (2)$$

$$u(x,0) = u(x,1) = 0, \quad (3)$$

где $f \in L_2(\Omega)$, $\Omega = \{(x,y) : 0 < x < 2\pi, \quad 0 < y < 1\}$.

В дальнейшем считаем, что функции $R_k(x,y,z)$ $(k = 0,1,...,s)$, $B_k(x,y,z)$ $(k = 0,1,...,m)$ кусочно-непрерывны и ограниченны по заданным аргументам и удовлетворяют условиям:

а) $C^{-1}\varphi_k(y) \le R_k(x,y,z) \le C\varphi_k(y)$, $x \in [0,2\pi]$, $y \in [0,1]$, $|z| \in [0,A]$, *А-любое фиксированное число;*

б) $C^{-1}\psi_k(y) \le B_k(x,y,z) \le C\psi_k(y), \quad x\in[0,2\pi], \quad y\in[0,1], \quad |z|\in[0,A]$, *A- любое фиксированное число, где функции φ_k и ψ_k удовлетворяют соответственно условиям i)-ii).*

$i)$ $\varphi_k(y)\ge 0 \ (k=1,2,...,s), \ \psi_k(y)\ge 0 \ (k=2,...,m), \ \varphi_0(y)\ge\delta_0>0, \ \psi_0(y)$ *и* $\psi_1(y)\ge\delta>0$

$ii)$ $\lim\limits_{y\to 0}\dfrac{\varphi_k(2y)}{\varphi_k(y)}<\infty \quad (k=1,2,...,s); \qquad \lim\limits_{y\to 0}\dfrac{\psi_k(2y)}{\psi_k(y)}<\infty \quad (k=2,...,m).$

По определению, k- поперечником по Колмогорову множества М в пространстве $L_2(\Omega)$ называется величина

$$d_k = \inf_{\{y_k\}} \sup_{u\in M} \inf_{v\in y_k} \|u-v\|_2,$$

где $\{y_k\}$- множество всех подпространств $L_2(\Omega)$, размерности которых не превосходят k. Оценки поперечников M могут быть использованы для определения скорости сходимости приближенных решений уравнения $Lu=f$ к точному.

Теорема. *Пусть выполнены условия а)-б). Тогда для поперечников d_k по Колмогорову множества M справедливы оценки*

$$C\frac{1}{k^{\frac{2s+1}{2}}} \le d_k \le C\frac{1}{k^{\frac{1}{2}}}, \qquad k=1,2,...,$$

где $C_0>0$ – не зависит от к.

Литература

1. Дубинский Ю.А. Об одной абстрактной теореме и ее приложениях к краевым задачам для некласических уравнений // Математический сборник. - 1969. - Т. 79(121). - № 1. - С. 1- 117.

2. Романко В.К. К теории операторов вида $\dfrac{d^m}{dt^m}-A$ // Дифференциальные уравнения. -1967. – Т. 3. - № 11. - С. 1957 - 1970.

3. Юрчук Н.И. О граничных задачах для уравнений содержащих в главной части операторы вида $\dfrac{d^{2m+1}}{dt^{2m+1}}+A$ // Дифференциальные уравнения. - 1974. – Т. 10. - № 4. - С. 759 - 762.

4. Муратбеков М.Б. Nonlocal estimates for solutions of Chaplygin type equations // 8-ой Международной конгресс ISAAC.- Москва, 2011.

5. Muratbekov M.B., Muratbekov M.M. and Ospanov K.N. On Approximate properties of solutions of a nonlinear mixed-type equation //Journal of Mathematical Scienes, vol. 150, № 6, 2008, P.2521-2530.